# Metode Simpleks Untuk Kendala Umum

Dalam program linear suatu kendala dikatakan berbentuk umum jika tanda kendala utamanya tidak seragam, yaitu campuran dari dua atau tiga tanda berikut

(1)

dengan dan .

Kita telah mendiskusikan kasus dimana semua kendala berbentuk . Dalam kasus demikian titik pangkal O selalu merupakan titik sudut dari himpunan layak. Sekarang akan dibahas kasus dimana kendala untuk berbagai kemungkinan tanda () atau () boleh muncul. Sudah barang tentu jika terdapat kendala dengan tanda , maka titik pangkal O tidak merupakan titik sudut himpunan layak. Umpamanya, , , , maka titik tidak akan memenuhi.

**Mencari sebuah basis solusi layak**

Ingatlah kedua gambaran pada metode simpleks untuk masalah maksimum baku.

1. *Mengubah menjadi persamaan*. Kita ubah tanda ketaksamaan ke dalam persamaan dengan memasukkan variabel slack.
2. *Sifat tabel awal*. Jika terdapat buah kendala bertanda , maka dalam tabel awal terdapat kolom diberi label variabel slack dan menghasilkan vektor kolom berbentuk basis utama untuk .

Sekarang untuk program linear dengan kendala umum kita lakukan sebagai berikut:

1. kita masukkan variabel slack jika dalam kendala terdapat *k* buah kendala bertanda . Variabel ini mengubah ketaksamaan dengan tanda menjadi persamaan, dan akan menghasilkan vektor basis untuk pada tabel awal;
2. sekarang misalkan terdapat kendala bertanda , maka kita masukkan *variabel surplus*  dengan , yang akan mengubah kendala bertanda menjadi persamaan, akan tetapi dalam tabel awal belum terdapat vektor basis untuk pada kolom-kolom yang berlabel variabel surplus . Oleh karena itu kita juga akan memasukkan *variabel artifisial* , dengan syarat harus bernilai nol *agar titik sudut menjadi solusi layak pada soal aslinya.* Jadi, misalnya kendala,

kita ubah menjadi

dengan adalah variabel surplus dan adalah variabel artifisial.

**Kendala bertanda sama dengan () yang belum memiliki variabel basis**, hanya memerlukan variabel artifisial dengan syarat seperti di atas. Jadi untuk kendala umum, setiap kendala akan memuat: variabel slack, variabel surplus, dan variabel artifisial. Variabel-variabel demikian sejak awal (dalam soal) pada ruas kanannya bertanda tidak negatif, sedangkan variabel lainnya (variabel soal dan surplus) bernilai nol. Jadi variabel slack dan artifisial pada tabel awalnya diambil sebagai variabel basis terhadap *titik sudut* masalah tertambah (*augmented problem*). Tetapi kita masih tetap belum mempunyai solusi basis layak untuk soal aslinya.

Note: Perhatikan kendala persamaan yang sudah memiliki variabel basis pada soal awal, tidak perlu ditambah variabel artifisial.

## Membuat Tabel Awal

Pertanyaannya adalah *"bagaimana kita membuat tabel awal dan kemudian mereduksinya sedemikian sehingga variabel artifisal tersusut menjadi nol?"*. Ternyata tekniknya adalah dengan memodifikasi fungsi tujuan ; yakni

dimodifikasi menjadi

dengan adalah variabel artifisial dengan syarat seperti dikatakan di atas dan adalah suatu bilangan yang *cukup besar* dibanding dengan data dalam soal. Dengan persyaratan nilai yang demikian maka jelaslah bahwa akan maksimum apabila . *Inilah bentuk baku kendala umum mencari nilai maksimum dari fungsi tujuan*. Untuk jelasnya diberikan contoh sebagai berikut

**Contoh 1**. Carilah **maksimum** terhadap kendala

dengan .

***Jawab***.

Bentuk kanonik masalah:

1. Kendala menjadi :
2. Kendala menjadi :
3. Kendala menjadi :

Sehingga

Fungsi tujuan kanonik :

Memaksimalkan

Kendala teknis kanonik:

Matriks kanonik masalah:

; ;

Tabel awalnya adalah

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Uji Optimum:

Tampak pada baris terakhir masih ada , pilih yang terkecil, yaitu

Sehingga kolom menjadi kolom kunci dan menjadi variabel masuk.

Tentukan rasio untuk semua , kemudian pilih terkecil, diperoleh , sehingga baris menjadi baris kunci dan menjadi variabel keluar.

Diperoleh menjadi elemen pivot.

Perbaiki tabel. Bentuk Tabel 2 dengan elemen pivot diubah bernilai 1 dengan OBE:

Tabel 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Tampak pada baris terakhir masih ada , pilih yang terkecil, yaitu .

Sehingga kolom menjadi kolom kunci dan menjadi variabel masuk.

Tentukan rasio untuk semua , kemudian pilih terkecil, diperoleh , sehingga baris menjadi baris kunci dan menjadi variabel keluar.

Diperoleh menjadi elemen pivot.

Perbaiki Tabel. Bentuk Tabel 3 dengan elemen pivot diubah bernilai 1 dengan OBE:

Tabel 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Tampak pada baris terakhir masih ada , pilih yang terkecil, yaitu .

Sehingga kolom menjadi kolom kunci dan menjadi variabel masuk.

Tentukan rasio untuk semua , kemudian pilih terkecil, diperoleh , sehingga baris menjadi baris kunci dan menjadi variabel keluar. Diperoleh menjadi elemen pivot.

Perbaiki Tabel. Bentuk Tabel 4 dengan elemen pivot diubah bernilai 1 dengan OBE:

Tabel 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Uji Optimum:

Semua , sehingga tabel sudah optimal dengan nilai maksimal dengan pada .

**Contoh 2**. Hitunglah **minimum** dari dengan kendala

4

**Penyelesaian:**

Ubah arah tujuan menjadi memaksimumkan atau .

Sehingga tujuan masalah menjadi memaksimumkan . Sekarang masalah menjadi berbentuk maksimum baku.

Ubah kendala menjadi bentuk kanonik dengan menambahkan variabel ... dan variabel ... pada kendala pertama, variabel … pada kendala kedua, dan variabel … pada kendala ketiga.

Sehingga kendala dalam bentuk kanonik adalah

Matriks kanonik masalah

Tabel awal masalah adalah

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Uji Optimum:

Masih ada , dengan merupakan nilai terkecil. Sehingga kolom menjadi kolom kunci dan menjadi variabel masuk.

Tentukan untuk . Diperoleh merupakan rasio terkecil, sehingga baris menjadi baris kunci, menjadi variabel keluar, dan menjadi elemen pivot.

Lanjutkan iterasi dengan membuat Tabel 2, dengan mengubah elemen pivot menjadi bernilai 1 menggunakan OBE.

Rumus OBE:

Tabel 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Uji Optimum:

Masih ada , yaitu merupakan nilai terkecil. Sehingga kolom menjadi kolom kunci dan menjadi variabel masuk.

Tentukan untuk . Diperoleh merupakan rasio terkecil, sehingga baris menjadi baris kunci, menjadi variabel keluar, dan menjadi elemen pivot.

Lanjutkan iterasi dengan membuat Tabel 3, dengan mengubah elemen pivot menjadi bernilai 1 menggunakan OBE.

Rumus OBE:

Tabel 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Uji Optimum:

Semua , sehingga tabel sudah optimal dengan nilai maksimal atau nilai minimum , pada plb .

Cek: .

**Latihan 6:**

1. Maksimumkan

terhadap kendala

.

1. Minimumkan

terhadap kendala

.